|  |  |
| --- | --- |
| 结论五：三点共线的充要条件 | |
| 结  论 | **(1)设平面上三点O,A,B不共线,则平面上任意一点P与A,B共线的充要条件是存在实数λ与μ,使得=λ+μ,且λ+μ=1.特别地,当P为线段AB的中点时,=+.** |
| 解  读 | 三点共线充要条件的这种表示法的得到可以看成是：的一个变形式，即(O为平面内任意一点)。 |
| 典  例 | 7．已知为的中线，点是的中点，过点的直线分别交边、于、两点．若，，则（ ）  A． B． C． D． |
| 解  析 | 【答案】A  【详解】先证明：若、、三点共线，且为直线外一点，，则.  证明：由题意可知，，则存在使得，即，  ，，则，，.  如下图所示，因为为的中点，所以．  figure  又，所以，所以．因为，所以，所以．因为、、三点共线，所以，解得， |
| 反  思 | 本题考查利用三点共线求参数，考查了结论“若、、三点在一条直线上，点在直线外，则存在实数、，使得，且”的应用，考查推理能力与计算能力，属于中等题.本题中先证明出结论：若、、三点共线，且为直线外一点，，则.计算得出，由题意得出，以此可得出，利用三点共线的结论得出，进而可求得实数的值. |
| 针对训练\*举一反三 | |
| 1．在三角形*ABC*中，*E､F*分别为*AC*､*AB*上的点，*BE*与*CF*交于点*Q*且，，*AQ*交*BC*于点*D*，，则的值为（ ）  A．3 B．4 C．5 D．6  【答案】C  【分析】  由题得，，求出的值，再根据，共线，得解.  【详解】  因为三点共线，所以,因为三点共线，所以,所以  所以所以，因为共线，  所以.  2．已知点在线段上（不含端点），是直线外一点，且，则的最小值是（ ）  A． B． C． D．  【答案】B  【分析】  根据向量共线定理推论得，再利用基本不等式求最值.  【详解】  因为，因为点在线段上（不含端点），所以，  ，当且仅当时取等号，  3．如图，在中，为的中点，，为的两个三等分点，交于点，设，，则（ ）  figure  A． B．  C． D．  【答案】A  【分析】  根据共线定理由，，三点共线，设，则，同理由，，三点共线，可得，建立方程组求解．  【详解】  连接，.由，，三点共线，可设，由题意知，，  所以.同理由，，三点共线，可设，所以，解得从而．  4．已知点*A,B,C,D*是直角坐标系中不同的四点，若，，且，则下列说法正确的是( ),  A．*C*可能是线段*AB*的中点 B．*D*可能是线段*AB*的中点  C．*C、D*可能同时在线段*AB*上 D．*C、D*不可能同时在线段*AB*的延长线上  【答案】D  【解析】由，，可得：四点共线，  对于选项A，若*C*是线段*AB*的中点，则，则，不满足，即选项A错误；  对于选项B，若D是线段*AB*的中点，则，则，不满足，即选B错误；  对于选项C，若*C、D*同时在线段*AB*上，则，则，不满足，即选项C错误；  对于选项D，假设*C、D*同时在线段*AB*的延长线上，则 ，则，则不满足，即假设不成立，即*C、D*不可能同时在线段*AB*的延长线上，即选项D正确；故选：D.  5．（多选题）如图，*B*是的中点，，*P*是平行四边形内（含边界）的一点，且，则下列结论正确的为（ ）  figure  A．当时，  B．当*P*是线段的中点时，，  C．若为定值1，则在平面直角坐标系中，点*P*的轨迹是一条线段  D．的最大值为  【答案】BCD  【分析】  利用向量共线的充要条件判断出A错，C对；利用向量的运算法则求出，求出，判断出B对，过作，交于，作，交的延长线于，则，然后可判断出D正确.  【详解】  当时，，则在线段上，故，故A错，当是线段的中点时，，故B对，为定值1时，，，三点共线，又是平行四边形内（含边界）的一点，故的轨迹是线段，故C对  figure  如图，过作，交于，作，交的延长线于，则：；  又；，；由图形看出，当与重合时：；此时取最大值0，取最小值1；所以取最大值，故D正确  6．已知*A*、*B*、*P*是直线上三个相异的点，平面内的点，若正实数*x*、*y*满足，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_.  【答案】  【分析】  根据共起点的三个向量共线的结论得到，再根据基本不等式可求得最小值.  【详解】  ∵*A*、*B*、*P*是直线上三个相异的点，，即，所以，，当且仅当，即，时取等号，  7．已知等差数列的前项和为，若（向量、不平行），、、共线，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_．  【答案】  【分析】  先证明当、、共线且，则，根据题意可求得的值，然后利用等差数列求和公式可求得的值.  【详解】当、、共线时，则、共线，可设，所以，，，又，则，由于（向量、不平行），、、共线，则，由等差数列的求和公式可得. | |

****